Universidade Federal de Goiás
Instituto de Matemática e Estatística
Campus II (Samambaia) - CEP: 740001-970 - Caixa Postal 131
http://www.ime.ufg.br - mail@ime.ufg.br - (62) 3521 1208

Plano de Ensino

01: Dados de Identificação da Disciplina:

Disciplina:	Fundamentos de Geometria	**Cod. da Disciplina:**	2735
Curso:	Matemática Bacharelado	**Cod. do Curso:**	
Turma:	Matemática U	**Resolução:**	
Semestre:	2012.2	**CHS/T:**	6/96

02: Ementa:

Apresentação axiomática da geometria plana, apresentando modelos de geometria que satisfazem um conjunto de axiomas, mas não o subseqüente; O quinto postulado de Euclides e a origem de Geometrias não Euclidianas; Estudo de modelos destas geometrias; Teoremas de Gödel.

03: Programa:

1. Contextualização histórica. Axiomas de incidência. Quantos pontos e quantas retas existem? Retas que se interceptam existem? Retas paralelas existem? Provas da impossibilidade de provar algumas afirmações. Modelo para um sistema axiomático.
2. Existência e unicidade de retas paralelas. Axiomas de paralelismo. Geometria finita.
3. Axioma da régua. Modelo cartesiano. Modelo do taxista. Circunferência, interior e exterior. Relação de ordem entre pontos. Segmento. Triângulo.
4. Modelo bizarro. De que maneiras uma reta pode cortar um triângulo? Axioma de separação do plano. Semiplanos. Pasch e o axioma de separação do plano. Interior de triângulo.
5. Hilbert e os Fundamentos de Geometria. Modelo de Moulton. Semi-reta. Ângulo. Medida de ângulo. Axioma do transferidor. Retas perpendiculares. Perpendicular a uma reta dada por um ponto da reta. Existe? É única? Perpendicular a uma reta dada por ponto fora da reta. Existe? É única? Distância de um ponto a uma reta. Retas paralelas são eqüidistantes?
6. *Os Elementos*, de Euclides, e a congruência de triângulos. O que é um caso de congruência de triângulos? Axioma de congruência de triângulos. Existência e unicidade de perpendicular a uma reta dada por um ponto fora da reta.
7. Geometria Neutra. Indecidibilidade da afirmação de unicidade de paralela a uma reta dada, por um ponto dado. Modelos cartesiano e de Klein.
8. Geometria Euclidiana. O axioma de paralelismo de Euclides e seus equivalentes. Os sistemas axiomáticos de Euclides, Hilbert e de Birkhoff.
9. Geometria de Lobatchevsky. O axioma de paralelismo de Lobatchevsky. Retângulos existem? Triângulos semelhantes existem? Riemann e as geometrias não-euclidianas.

04: Cronograma:

1. Incidência (8 horas aula)
2. Paralelismo (6 horas aula)
3. Axioma da régua (8 horas aula)
4. Separação do plano (8 horas aula)
5. Medida de ângulo (10 horas aula)
6. Congruência de triângulos (8 horas aula)
7. Geometria neutra (10 horas aula)
8. Geometria Euclidiana (10 horas aula)

9. Geometria de Lobatchevsky (18 horas aula)
OBS.: Cronograma sujeito a alterações.

05: Objetivos Gerais:

Consolidar uma atitude adequada frente à construção do conhecimento matemático.

06: Objetivos Específicos:

1. Entender o significado de definição de um objeto geométrico.
2. Entender o papel do axioma e a flexibilidade de escolha de axiomas de uma geometria.
3. Entender o papel da demonstração de um teorema na validação do conhecimento geométrico e a relativização do rigor matemático.
4. Entender o poder e as deficiências do método axiomático na construção do conhecimento.

07: Metodologia:

O projeto pedagógico do curso de matemática prevê um primeiro ano de geometria com ênfase na resolução de problemas de geometria no plano e no espaço e na apresentação de fatos geométricos, sem preocupações com uma axiomatização. Espera-se que, com a experiência assim acumulada, o aluno esteja mais amadurecido para reconhecer a importância da axiomatização da geometria. O que é definição de um objeto geométrico, o que é demonstração de um teorema, qual é o papel dos axiomas em geral, qual é o sentido de um particular axioma são questões que, uma vez bem entendidas, contribuem para uma maior compreensão do conhecimento matemático e da sua linguagem. Esta disciplina ressalta o poder do método axiomático (em que se prova tanto os teoremas , a partir de tão pouco os axiomas), mas também não deixa de apontar as suas limitações. As limitações estão relacionadas à impossibilidade de provar que um sistema axiomático é consistente e à existência de afirmações indecidíveis num sistema axiomático.
O objetivo geral da disciplina é a continuação do processo de inserção do aluno na comunidade matemática. Inserir-se na comunidade matemática significa atuar à maneira dos matemáticos: como estes interpretam ou entendem a matemática, como pensam e como validam o conhecimento matemático. Parte-se do princípio de que a criação do conhecimento se dá de maneira subjetiva, isto é, mesmo quando o aluno está assistindo a uma exposição do professor, ele não assimila passivamente o conhecimento, mas sim o constrói ativamente a partir do seu conhecimento atual e da sua maneira própria de entender e pensar; sendo assim, a interação com pessoas que partilham do jeito de ser matemático é fundamental para que o principiante consiga atingir um nível compartilhado de conhecimento. Evidência da validade deste princípio da subjetividade é o fato de que o aluno comete erros resultantes da interpretação de conceitos ou procedimentos, que evidentemente não foi a ensinada pelo professor.
Mas o processo de aprendizagem coloca o aluno numa contínua tensão, resultante da necessária acomodação do novo conhecimento à sua estrutura de conhecimento atual. Não se trata apenas de aumentar a quantidade de conhecimento da pessoa, mas de reestruturá-lo. O principiante, ao se deparar com a definição de um conceito, por exemplo, triângulo, forma em sua mente o que se chama de imagem do conceito, e pensa que o objetivo da definição é simplesmente o de proporcionar esta imagem ou descrição. Esta é uma interpretação ingênua, que pode ser aprimorada (a) construindo-se um modelo em que o triângulo caracterizado pelas suas propriedades definidoras enunciadas na definição tem uma imagem diferente da comum e, ou, (b) mostrando-se a necessidade do uso das suas propriedades definidoras para a demonstração de outras propriedades. Sabemos que a compreensão do significado de um conceito matemático não é imediatamente adquirida a partir da sua definição, mas sim na medida em que o aluno percebe as relações do conceito com outros conceitos, formando uma rede hierárquica de conceitos. No caso do exemplo do triângulo, estamos diante de duas maneiras de interpretar a noção de definição de um objeto matemático, uma interpretação ingênua e uma interpretação significativa. Chamo a atenção para o fato de que um objeto matemático pode ter várias interpretações significativas; é o caso da derivada de uma função, que pode ser interpretada como taxa de variação, como declividade da reta tangente e como dezenas de outras maneiras úteis.
O conhecimento matemático é o resultado de uma construção humana realizada ao longo de várias gerações. Não se pode esperar, pois, que ele surja espontaneamente na cabeça do aluno. O processo de construção se faz mais eficiente quando é dirigido por uma pessoa mais experiente e é feito a partir de situações ou atividades de ensino que levem em consideração o nível atual do aluno; o nível de dificuldade deve ser calibrado de modo a permitir que o aluno possa enfrentá-la e superá- la, com a ajuda do professor. Não se espera que o aluno, por exemplo, seja capaz de descobrir sozinho qual é o axioma que se faz necessário para avançar mais um passo na construção dos axiomas

da geometria euclidiana. Mas as situações colocadas sugerirão a necessidade de um novo axioma e poderão indicar que tipo de questões ele pretende resolver. Assim, o método de ensino adotado reflete uma preocupação constante com o significado, mas vai mais além ao se preocupar também com o sentido, termo este que inclui também uma conotação afetiva. O sentido está relacionado com a satisfação da necessidade intelectual das pessoas, uma característica humana. Goethe (1749-1832) disse: *Ao indivíduo resta a liberdade de se ocupar com aquilo que lhe atrai, que lhe dá prazer, que lhe parece mais provável de ser útil.* Na geometria plana, quando o aluno é colocado diante de um triângulo *bizarro* (não euclidiano) e de uma reta que corta um de seus lados, mas não corta os outros dois, ele percebe a necessidade dos axiomas e dá o devido valor à argumentação que permite provar que *no plano euclidiano, se uma reta corta um lado de um triângulo, então ela terá que cortar um dos outros dois lados.* Os axiomas pertinentes e a demonstração do teorema passam a fazer sentido para o aluno. Os significados de axioma e de demonstração continuam os mesmos; o que se acresce é o sentido que eles (os axiomas e a demonstração) fazem para o aluno.
Durante as aulas, as perguntas colocadas pelo professor, quando os alunos não a fizerem, terão pelo menos dois objetivos: (a) provocar nos alunos a explicitação da maneira como eles estão entendendo o que está sendo exposto, para eventuais correções (por melhor que seja a exposição, a mensagem recebida pelo aluno nem sempre é a intencionada pelo professor), e (b) ajustar o discurso de cada um para que a comunidade da sala de aula compartilhe de significados e de maneira de pensar e de validar o conhecimento, numa simulação do que se passa na comunidade matemática. Visando a formação do futuro professor, sempre que oportuno, será chamada a atenção dos alunos sobre as teorias que poderão estar subsidiando a prática do processo de ensino e aprendizagem. Não há verdadeira aprendizagem sem esforço e disciplina. Visando manter ou provocar hábitos de estudo, aplicaremos 4 provas durante o semestre nos dias determinados no Cronograma.

08: Avaliação:

Serão realizadas ao longo do curso quatro avaliações escritas: P_1, P_2, P_3 e P_4. A média final MF será ponderada, com pesos: 1,5; 2,0; 3,0 e 3,5; respectivamente. Isto é,

$$MF = \frac{1,5P\_1 + 2,0P\_2 + 3,0P\_3 + 3,5P\_4}{10}$$

Estas avaliações estão previstas para:

1

$\wedge$

a$prova(nota$P_1$)$.......$dia19/11/2012(contedo : itens - 1, 2e3);$
2

$\wedge$

a$prova(nota$P_2$)$.......$dia21/12/2012(contedo : itens - 4, 5e6);$
3

$\wedge$

a$prova(nota$P_3$)$.......$dia30/01/2013(contedo : itens - 7e8);$
4

$\wedge$

a$prova(nota$P_4$)$.......$dia01/03/2013(contedo : itens - 9).$
2

$\wedge$

a$Chamada$................$dia04/03/2013$

OBS.:
1. Duração da prova: 2 horas aula.
2. O desempenho do aluno será fornecido pelo professor em sala de aula logo após a correção da prova.
3. Será aprovado o aluno que obtiver nota final MF maior ou igual a 5,0 e o mínimo de 75% de freqüência às aulas.

4. Frequência e participação nas aulas fará parte da avaliação.
5. O acompanhamento da frequência é dever do(a) aluno(a), o(a) qual deve solicitar periodicamente ao professor seu relatório de faltas.
6. Não haverá prova substitutiva.
7. Quaisquer prova de 2

$$\wedge$$

a$chamadaserorealizadasnomesmodia, asabernadataprevistaacima.Ocontedodaprovada2\wedge$a$chamadaserreferenteaocontedoda$

09: Bibliografia Básica:

[1]: BARBOSA, J. A. L. M. *Geometria Euclidiana Plana: Coleção do Professor de Matemática.* Sbm, Rio de Janeiro, 2001.
[2]: REIS, G. L. *Geometrias.* 2011 (em elaboração).
[3]: RYAN, P. J. *Euclidean and non-Euclidean Geometry: an Analytic Approach.* Cambridge University Press, 1986.

10: Bibliografia Complementar:

[1]: LIMA, E. L. *Coordenadas no Plano: Coleção do Professor de Matemática.* Sociedade Brasileira de Matemática, Brasil, 1993.
[2]: LIMA, E. L. *Geometria Analítica e Álgebra Linear.* Impa, Rj.
[3]: REIS, GENÉSIO L; SILVA, V. V. *Geometria Analítica.* Ltc, São Paulo.

11: Livro Texto:

[1]: REIS, G. L. *Geometrias.* 2011 (em elaboração).
[2]: RYAN, P. J. *Euclidean and non-Euclidean Geometry: an Analytic Approach.* Cambridge University Press, 1986.

12: Horários:

No	Tipo	Alunos	Dia	Horário	Sala
1	Sala de Aula	50	2^a	16:00-16:50	102, CA B, Câmpus II, Goiânia
2	Sala de Aula	50	2^a	16:50-17:40	102, CA B, Câmpus II, Goiânia
3	Sala de Aula	50	4^a	16:00-16:50	102, CA B, Câmpus II, Goiânia
4	Sala de Aula	50	4^a	16:50-17:40	102, CA B, Câmpus II, Goiânia
5	Sala de Aula	50	6^a	14:00-14:50	102, CA B, Câmpus II, Goiânia
6	Sala de Aula	50	6^a	14:50-15:40	102, CA B, Câmpus II, Goiânia

13: Horário de Atendimento do(a) Professor(a):

1. 6^a. 17:30 - 18:30

14: Professor(a): . Email: - Fone:

Prof(a).